

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

IVANIRA GALDINO BARBOSA

Modelagem matemática no ensino das porcentagens

Araruna – PB

2011

Ivanira Galdino Barbosa

Modelagem matemática no ensino das porcentagens

Trabalho de conclusão do curso apresentado à coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Valdecir T. Moreno

Araruna – PB

2011

Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN
Catalogação na publicação

Bm Barbosa, Ivanira Galdino.

Modelagem matemática no ensino das porcentagens / Ivanira
Galdino Barbosa. - - Duas Estradas, 2011.

41p. : il. -

Monografia (Licenciatura em Matemática a Distância) –
UFPB

Orientador: Valdecir Teófilo Moreno

1. Matemática - Ensino. 2. Modelagem matemática – Ensino e
aprendizagem. 3. Matemática – Ensino Médio. I. Título.

CDU: 51:37(043.2)

BS/CCEN

Modelagem matemática no ensino das porcentagens

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms.Valdecir Teófilo Moreno

Aprovado em: 03 /12/2011

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Ms. Valdecir Teófilo Moreno (Orientador)

Prof. Ms. Luciélío Marinho da Costa

Prof. Ms. Matheus Laureano Oliveira dos Santos

Dedico esse trabalho a minha família e ao meu orientador Valdecir Teófilo Moreno.

AGRADECIMENTOS

À **Deus**, pelas vitórias da minha vida!

A **minha família**, que sempre esta do meu lado, durante essa trajetória.

Ao **meu orientador** Valdecir Teófilo Moreno, por ter acreditado na minha proposta de pesquisa, pelas contribuições importantes nessa trajetória;

A **todos** os meus professores, desde o início deste curso;

Aos **colegas**, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e aperreios, e ainda por todos os momentos vividos e juntos compartilhados.

A educação tem raizes amargas, mas seus frutos são doces

Arist6teles

RESUMO

Com a finalidade de investigar as vantagens da Modelagem no ensino aprendizagem de Matemática, procuramos abordar a importância e os benefícios que essa metodologia de ensino proporciona para uma aprendizagem significativa, e, com o propósito de mostrar essas vantagens, escolhemos um tema relacionado com o cotidiano. O trabalho consiste da aplicação de uma série de atividades e é possível comparar as respostas obtidas de duas turmas do Primeiro Ano do Ensino Médio, classificadas de turma A e turma B. Na turma A, as atividades foram desenvolvidas sem a preocupação com a utilização da proposta de Modelagem. Na turma B, a mesma atividade foi desenvolvida fundamentalmente com o auxílio da Modelagem Matemática. Os procedimentos de investigações utilizados no trabalho foram fundamentados em concepções de, BIEMBENGUT e HEIN, (2005), BIEMBENGUT, (2009), BARBOSA, (2001 e 2003), BURAK, (2005), ISAIA, BISOGNIN e BISOGNIN, (2009), as quais justificam a importância desse tema para o ensino- aprendizagem de Matemática. Os resultados levam a conclusão de que a utilização da modelagem proporcionou a motivação e a interação dos alunos na sala de aula, além de propiciar maior compreensão dos conceitos e dos conteúdos estudados nas atividades propostas.

Palavras-chave: modelagem matemática. ensino-aprendizagem. sala de aula

ABSTRACT

In order to investigate the advantages of modeling in teaching and learning of mathematics, we address the importance and benefits that this teaching method provides for a meaningful learning, and with the purpose of showing these advantages, we choose a theme related to the everyday. The work consists of applying a series of activities where we can compare the responses of two classes the first year of high school, classified as class A and class B. In group A, the activities were developed without the worry of using the proposed modeling. In group B, the same activity was developed primarily with the help of mathematical modeling. The research procedures used in this paper are based on conceptions of, and BIEMBENGUT HEIN, (2005), BIEMBENGUT, (2009), Barbosa (2001 and 2003), Burak, (2005), ISAIA, and BISOGNIN BISOGNIN, (2009) , which justifies the importance of this issue for the teaching and learning of mathematics. The results lead to the conclusion that the use of modeling provided the motivation and students' interaction in the classroom, in addition to providing greater understanding of concepts studied in the content of the proposed activities.

Keywords: mathematical modeling. teaching and learning. classroom

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Escola Estadual de ensino fundamental e Médio Benjamim Maranhão.	22
Gráfico 1- Porcentagens da população ararunense beneficiada com o Programa Leite da Paraíba.....	33
Gráfico 2- Resultado da avaliação da turma B	34
Gráfico 3- Resultado da avaliação da turma A	35
Gráfico 4- Comparação do índice de acertos das turmas A e B nas atividades.....	36

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Porcentagens da População beneficiada e não beneficiada com o programa leite da Paraíba.....	25
Quadro 2: Gasto com leite de vaca por semana.	26
Quadro 3: Gasto com leite de cabra por semana.....	27
Quadro 4: Gasto por semana se um terço de leite distribuído for de cabra.....	28
Quadro 5: Quantidade de litros de leite distribuídos em 2003 e atualmente. ...	29

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	13
1.1 Memorial acadêmico.....	14
1.2 Experiência como professor de Matemática.....	16
1.3 A importância das práticas do estágio supervisionado.....	16
2. MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO APRENDIZAGEM.....	18
2.1 Modelagem Matemática.....	18
2.2 Modelagem Matemática no Brasil.....	19
3. UMA EXPERIÊNCIA COM MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA..	22
3.1 Descrição da escola	22
3.2 A proposta didática da intervenção.....	23
3.3 O programa Leite da Paraíba.....	23
3.4 Desenvolvimento das ações.....	24
3.5 Avaliação da intervenção	30
RESULTADOS	34
CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
REFERÊNCIAS	38
APÊNDICES	

1 INTRODUÇÃO

A Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino bastante eficaz para ajudar na compreensão de diversos fenômenos do cotidiano, mas, infelizmente a maioria dos educadores não a utiliza em sala de aula.

No decorrer de todo o curso, fui bastante influenciada pelos meus professores para trabalhar em sala de aula com temas relacionados com a realidade do cotidiano dos educandos.

No contato com a diversidade das disciplinas aprendi a importância do ensino de matemática contextualizado e ligado às situações reais.

Este trabalho utiliza uma das políticas públicas no município de Araruna tendo como tema o Programa Leite na Paraíba. A partir dessa temática introduzimos a modelagem do ensino de matemática aplicada, tendo como foco o conteúdo sobre as porcentagens. Escolhemos para aplicação prática das atividades duas turmas do primeiro ano do Ensino Médio.

Nosso trabalho empírico começa a partir do segundo capítulo, onde relatamos a significância da modelagem matemática e algumas vantagens para o ensino-aprendizagem além das discussões teóricas sobre o tema.

No terceiro capítulo, abordamos a metodologia desenvolvida na pesquisa. E por último discutimos os resultados da pesquisa. Encerramos trazendo certas considerações que julgamos ser importantes para o professor interessado em investigar dinâmicas de sala de aula.

1.1 MEMORIAL ACADÊMICO

Iniciei meus estudos aos oito anos de idade, no entanto só estudei até a 2ª série do Ensino Fundamental. Parei de frequentar as aulas da escola Ernesto Moreira, no município de Araruna. Não houve motivo algum, para a minha desistência. Só não quis mais ir a escola. Apesar de meus pais me incentivarem para que eu voltasse à escola, eu não queria. Estudava em casa. Aprendi a ler e a escrever sem ter a ajuda de professores e da mesma forma também aprendi as quatro operações. Lembro do meu pai me ensinando algumas vezes, e como eu sempre gostei de matemática, aprendia com muita facilidade.

Depois de alguns anos, com o incentivo de uma das minhas irmãs, que fez minha matrícula na escola sem a minha permissão, foi que voltei a frequentar as aulas normalmente. Reiniciei a 2ª série e daí até terminar o Ensino Médio não repeti mais nenhuma série. Tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio, a disciplina que eu mais gostava era a matemática. Com apenas uma explicação eu compreendia os conteúdos com muita facilidade, mesmo sendo ensinados de forma tradicional, só não tive facilidade em interpretar textos. Não me recordo dos meus professores do Ensino Fundamental nem do Ensino Médio me incentivando a fazer uso da interpretação de textos, nem da realização de redações, sempre estudei esses segmentos de forma muito tradicional.

Terminei o Ensino Médio em 2004, depois passei um ano sem estudar, no entanto, meu sonho sempre foi fazer um curso de licenciatura em matemática. Para isso eu teria de me deslocar até outra cidade. Nessa mesma época iniciou-se um curso de magistério na cidade, e por não ter outra opção, decidi recomeçar meus estudos, mesmo no curso do qual eu não gostava. Aprendi muitas coisas interessantes e importantes na minha trajetória em direção à licenciatura.

Minha formação acadêmica teve início em 2007 quando iniciei o curso de graduação em Licenciatura Plena em Matemática, aprovada no vestibular realizado na UFPB- Universidade Federal da Paraíba, na modalidade de curso a distância em conjunto com a UAB- Universidade Aberta do Brasil.

Decidi fazer o curso de licenciatura em matemática por vários motivos: primeiramente, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental sempre, gostei dessa disciplina; por achar que é de mais fácil compreensão; e finalmente pelo fato de ser uma professora leiga tendo a oportunidade de realizar um sonho. O curso a

distância, resolveu o problema de que eu não poder me deslocar até outra cidade. Minhas expectativas em relação ao curso eram de aprofundar meus conhecimentos na área da matemática e adquirir novas experiências como professora.

No início tive várias dificuldades, talvez pelo fato de ser um curso a distância através da internet e eu não entendia nada sobre computadores; eu não sabia nem ao menos enviar as atividades solicitadas. Outra grande dificuldade foi ter autonomia para gerir minha própria aprendizagem. Apesar das dificuldades, o curso foi de fundamental importância para minha formação, tanto profissional quanto pessoal. Através dele aprendi a contextualizar e interpretar os conteúdos mais complexos, utilizar jogos e materiais concretos para promover uma aprendizagem significativa, pude conhecer os PCNs, aprendi a refletir e desenvolver senso crítico além de pensar mais seriamente sobre minha postura em sala de aula, entre outros.

A partir desses conhecimentos importantes que adquirir ao longo do curso de Licenciatura em Matemática comecei a perceber que as metodologias empregadas, nas disciplinas de cálculos, deveriam disponibilizar mais exercícios resolvidos. Isso ajuda a aperfeiçoar, cada vez mais, a aprendizagem dos alunos. Mesmo assim apesar das metodologias serem excelentes para a aprendizagem encontrei algumas disciplinas que não me saí muito bem e outras me identifiquei mais. Entre elas estão os Tópicos Especiais de Matemática- III, as disciplinas de Estágio Supervisionado e Didática.

No tocante, as disciplinas de Estágio, pude vivenciar várias experiências, como por exemplo a contextualização de conteúdos, o senso escolar e o trabalho com interdisciplinaridade.

Essas disciplinas foram importantes e criaram as oportunidades para conhecer a realidade da escola e da sala de aula. Através das disciplinas estágio III e IV, pude conhecer a realidade de uma sala de aula do ensino médio regular no contexto da prática docente aprendendo a relacionar conteúdos matemáticos com situações do cotidiano.

Ao me referir a disciplina Tópicos Especiais em Matemática III, lembro da necessidade de se ter o ensino relacionado com a realidade do aluno e por perceber a importância que tem o professor na formação de cidadãos críticos, autônomos e capazes de compreender a relação existente entre a matemática e situações do cotidiano. Por saber que operações básicas como por exemplo, a porcentagem e a regra de três fazem parte da realidade do aluno; a disciplina Didática me forneceu

elementos que possibilitam relacionar diversas situações vivenciadas pelo educando no cotidiano e ainda no contexto me aproximar de temas relacionados a outras áreas do conhecimento.

1.2 Experiência como professor de matemática

Minha trajetória profissional teve início em 2007, quando comecei a lecionar nos anos Finais do Ensino Fundamental, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Benjamim Maranhão na cidade de Araruna. Não tinha nenhuma experiência como professora, nem postura em sala de aula, os alunos gostavam de conversar e bagunçar durante as aulas. Eram quatro turmas, na época, cada uma com mais de 45 alunos. Lecionei somente por um ano nesse colégio.

Em 2009, comecei a lecionar em uma turma de 6º Ano do Ensino Fundamental Regular e em outra turma do 2º ano do ensino médio na modalidade EJA, na escola Estadual de ensino Fundamental Targino Pereira, na cidade de Araruna, Nesse mesmo ano estava cursando o 4º período do curso de matemática pela UFPB-EAD, já tinha mais experiência na sala de aula, e as disciplinas do curso me deram a oportunidade para uma reflexão sobre minha prática pedagógica. Atualmente não estou lecionando, mas sei da importância que esse curso proporciona para minha profissão como professora.

1.3 A importância das práticas do estágio supervisionado.

A disciplina de estágio supervisionado tem uma importância significativa para minha formação docente. Primeiro, por proporcionar para alunos, que ainda não exercem a docência, oportunidades do cotidiano da sala de aula. Em segundo não menos importante, para professores leigos, incentivar novas práticas e reflexões.

Para alunos que ainda não exercem a docência o estágio dar a oportunidade de conhecer a realidade de uma sala de aula e vivenciar a prática docente, tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio e assim ter os primeiros contatos com situações didáticas, discutir conteúdos relacionados tanto no Ensino fundamental

quanto no Ensino médio; aprender a se posicionar como professor e ter postura diante de uma turma de alunos. Conhecer os PCNs do Ensino Médio e Fundamental, assim como, possibilitar que o aluno conheça os desafios existentes na profissão de docente. Para os professores leigos, o estágio dá a oportunidade de aperfeiçoar sua prática e leva a refletir sobre sua metodologia de ensino, com o propósito de melhorá-la em acordo com a necessidade dos seus alunos e a realidade local.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO APRENDIZAGEM

2.1 Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que pode ser utilizada tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, e traz retorno de uma aprendizagem consistente. De acordo com Biembengut e Hein (2005), a modelagem matemática busca traduzir algumas situações reais para uma linguagem matemática, facilitando a compreensão de diversos fenômenos do cotidiano. Para Barbosa (2003), a modelagem é entendida como uma aplicação da matemática em outras áreas do conhecimento.

Nesse sentido a modelagem é vista como um meio pelo qual podemos trabalhar temas da realidade, contextualizando-os com outros conhecimentos, possibilitando trabalhar com a interdisciplinaridade.

A Modelagem Matemática possibilita ao docente integrar características contextuais do aluno a conteúdos matemáticos e interdisciplinares. Estes aspectos refletem significativamente na aprendizagem do discente em virtude de propiciar um maior esclarecimento sobre a realidade possibilitando por uma interação ativa com o seu meio social. BURAK (2005, p 7)

Para promover uma aprendizagem significativa e dar sentido ao que o aluno aprende, o professor precisa levar em consideração os conhecimentos prévios de cada um, ou seja, os conhecimentos sobre a realidade do meio social em que os mesmos estão inseridos. A Modelagem é uma das metodologias de ensino da qual o professor pode trabalhar com diversos temas sociais ligados a realidade do cotidiano do alunado, esclarecendo dúvidas e mostrando, passo a passo, todos os procedimentos adotados na resolução das situações problemas. A utilização de situações cotidianas pode contribuir para uma melhor formação de estudantes em qualquer nível de ensino. (BIEMBENGUT,2009).

Alem da modelagem proporcionar uma aprendizagem significativa, ajuda na reflexão e na autonomia do aluno preparando-o para enfrentar desafios futuros e entender que a matemática está relacionada com tudo o que nos cercam. A maioria dos alunos, ainda, recebem os conteúdos de matemática na forma tradicional, ou seja, estão vendo a matemática como uma disciplina sem contexto, e talvez, por isso essa maioria não gosta de estudar, não dá importância ao conteúdo e as aulas tendem a se tornarem cansativas.

Para superar esse quadro negativo em relação a matemática, o professor poderá trabalhar em sala de aula com a Modelagem matemática. Segundo Barbosa (2001), há três casos para se trabalhar com a modelagem em sala de aula.

Primeiro caso: A responsabilidade de coletar os dados e formular o problema é do professor, restando ao aluno somente a tarefa de resolver o problema juntamente com o professor;

Segundo caso: o professor apenas propõe uma situação problema e cabe ao aluno a coleta dos dados fora da sala de aula;

Terceiro caso: Trata-se do desenvolvimento de um projeto, a partir de outros temas relacionados as outras áreas do conhecimento, e pode ser escolhida tanto pelos alunos, quanto pelo professor.

Percebe-se que do primeiro caso para o terceiro as responsabilidades e a autonomia dos alunos na sala de aula vão aumentando; eles passam a ser responsáveis pela sua própria aprendizagem. Desse modo tornando-se cidadãos críticos, responsáveis e preparados para assumirem as futuras profissões.

2.2 Modelagem Matemática no Brasil

A Modelagem Matemática foi introduzida no Brasil na década de 80, por um grupo de professores, entre eles D'Ambrósio Rodney e Carlos Bassanezi, ambos do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação IMECC da Universidade Estadual de Campinas, que apresentaram inicialmente, sobre forma de cursos de especialização.

Em 1983, começou a difusão dessa alternativa para ensino da matemática, com curso de especialização para professores de matemática do Ensino Básico. Só

a partir de 1985 essa alternativa de ensino se voltou para aplicação no ensino Fundamental e no Médio.

” a Modelagem surgiu com o propósito de acabar com a forma usual de se ensinar matemática através de exercícios de aplicação”.

(Burak,2005)

Observava-se que os livros didáticos davam ênfase a simplificação dos conteúdos matemáticos por meio de técnicas, as quais enfatizavam a memorização de regras, abordando vários exemplos e uma séries de exercícios de fixação. Não davam importância ao ensino contextualizado, nem temas ligados a situações do cotidiano dos alunos. A Modelagem Matemática surgiu com o propósito de dar ênfase a uma metodologia de ensino, voltada para a realidade do cotidiano, promovendo uma aprendizagem significativa em relação aos conteúdos matemáticos.

Atualmente a maioria dos professores ainda não utilizam essa metodologia de ensino, assim como, também não trabalham com os temas ligados a realidade, os alunos resolvem uma série de exercícios mecânicos, abordados nos livros didáticos, decorando fórmulas sem ao menos, compreender a relação que há entre a matemática e a realidade. Utilizando essa metodologia de ensino, tais professores continuam dando preferências aos métodos tradicionais. De acordo com Biembengut, (2009, p 25-26):

O mapeamento sobre o estado de atual das ações pedagógicas de Modelagem Matemática na educação brasileira pode oferecer uma sena ainda incompleta. Temos vestígios do começo, mas não há inferências quanto as vertentes que se darão os caminhos que ainda serão percorridos[...]. Uma vez que esse movimento pela modelagem, iniciado a três décadas inaugurou novo caminho de promover conhecimentos, novas formas de transmitir experiências e novas concepções matemáticas[...].

Essa metodologia de ensino é adotada por professores que buscam promover uma nova forma de ensino de matemática, e proporcionar ao aluno uma

aprendizagem significativa, mostrando a utilidade prática, e a importância de se estudar os conteúdos eminentemente matemáticos. Embora, alguns professores não a utilizem em sala de aula, nesses 31 anos, essa metodologia de ensino, tem vários defensores. Os autores que defendem essa metodologia de ensino, mostram que a mesma, possibilita aos estudantes melhores conhecimentos e habilidades.

3. UMA EXPERIÊNCIA COM MODELAGEM NA SALA DE AULA

Figura 1 - E. E.E.F.M. Benjamim Maranhão.



Fonte: www.google.com.br

3.1 Descrição da escola

Com o propósito de investigar as vantagens da modelagem no ensino aprendizagem de matemática, optamos por escolher e desenvolver um tema relacionado com a realidade, tomando como referência duas turmas do primeiro ano do Ensino Médio, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Benjamim Maranhão.

A Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Benjamim Maranhão foi inaugurada no ano de 1975. Está situada à Rua Luís Targino Moreira, sem número, em Araruna PB. A escola atende a alunos do Ensino Fundamental e Médio, sendo a única da cidade a oferecer o Ensino Médio na modalidade regular.

Atualmente o quadro da instituição está formado por 31 professores e 834 alunos matriculados, sendo que: 447 matriculados no Ensino Médio e 387, nos anos finais do Ensino Fundamental. As turmas do primeiro ano do Ensino Médio são formadas por 60 alunos em cada uma.

3.2 A proposta didática da intervenção

Em um primeiro momento foi feito um levantamento, coletando dados sobre um tema relacionado com as políticas públicas referente ao Programa Leite da Paraíba. Tomamos como referência algumas questões para iniciarmos nosso trabalho: O que é o programa? Quando ele foi criado? Quantos litros de leite são distribuídos por dia no município de Araruna? Qual o preço pago por cada litro de leite de vaca? E de cabra? Esse programa atinge somente crianças? O que o governo espera de retorno com esse programa?

As respostas vindas do levantamento dos dados no posto de distribuição do município de Araruna foram vinculadas e comparadas com outra pesquisa realizada pela internet. No site oficial do governo do estado:¹

3.3 O programa Leite da Paraíba

O Programa Leite da Paraíba foi implantado pelo Governo Estadual e hoje tem é considerado um dos programas com maior alcance social da região. Foi criado em 2003, distribuindo cerca de 20mil litros de leite por dia em todo estado e a partir de 2004 chegou a mais de 120mil litros por dia. O programa é de responsabilidade da FAC- Fundação de Ação Comunitária sob a coordenação da Secretaria de Estado do Desenvolvimento Humano. Esse programa visa promover a melhoria da qualidade de vida das famílias de baixa renda, através de ações de combate a fome e a desnutrição infantil. Com isto beneficia precisamente crianças de seis meses a seis anos de idade, gestantes, nutrízes e idosos.

Alem de beneficiar as famílias carentes o Programa também beneficia pequenos produtores de leite. O valor pago é de R\$ 0,82 pelo litro de leite de vaca e R\$ 1,30 pelo litro de leite de cabra. O governo espera com estas ações contribuir também para a geração de emprego e renda. Em Araruna o programa abrange cerca de 18 localidades, distribuindo 1.191 litros de leite por dia.

¹ <<http://www.fac.pb.gov.br/noticia20110629.html>> Acesso em 02/10/2011.

3.4 Desenvolvimento das ações

Com base nos dados iniciais do Programa do Leite várias questões já poderiam ser apresentadas como atividade proposta. Por exemplo:

- a) com a implantação desse programa o governo conseguiu acabar com a desnutrição infantil no município de Araruna?
- b) Qual a porcentagem da população de Araruna que é beneficiada com o Programa Leite da Paraíba?
- c) Considerando que o leite distribuído em Araruna seja de vaca, responda:
 - I - Qual o gasto mensal para o governo somente em Araruna ?
- d) Responda as mesmas questões dos itens a)b até c) com base no leite de cabra?
- e) E se um terço da quantidade de leite distribuído por dia em Araruna fosse de cabra, qual seria o gasto por semana com a aquisição do leite?
- f) Para o levantamento de problemas propostos teríamos: O Programa Leite da Paraíba distribuía cerca de 20 mil litros de leite por dia em 2003, atualmente esse programa distribui cerca de 120 mil litros por dia. Responda:
 - I - Qual o percentual de aumento da distribuição?
 - II - Quantas vezes aumentou essa distribuição nesses oito anos.

Escolhemos apenas quatro dessas questões para o desenvolvimento. Em uma das turmas que chamamos de primeiro ano (A), trabalhamos as questões sem utilizar a modelagem, poderíamos dizer de modo tradicional. Na outra turma chamada de primeiro ano (B) fizemos aplicação da modelagem no desenvolvimento dos mesmos problemas.

No primeiro ano (A), construímos as aulas de maneira expositiva sem o uso da Modelagem. Desenvolvida da seguinte maneira:

Para o primeiro problema sugerimos a solução tradicional ao utilizar a regra de três e a porcentagem de forma direta.

No primeiro ano (B), desenvolvemos as questões, passo a passo, com a utilização da modelagem e exibindo cada uma das etapas.

As questões escolhidas foram distribuídas em quatro atividades:

Atividade 1. Qual a porcentagem da população de Araruna que é beneficiada com o Programa Leite da Paraíba?

Para responder a essa questão, os alunos terão que saber a quantidade de habitantes do município de Araruna.

De acordo com o Censo de 2010, a população de Araruna era estimada em 20.009 habitantes. A partir desses dados pode-se formular um modelo para obter a solução desta questão. Como os alunos já dispõem de certas informações, resta apenas calcular a porcentagem da população ararunense que é beneficiada com o programa. Considerando os seguintes dados: 1.191 habitantes são beneficiados com o programa e 20.009 habitantes que corresponde a 100% .

Para encontrar a solução basta multiplicar a quantidade de pessoas beneficiadas com o programa por 100 e dividir o resultado pela quantidade de habitantes:

$$(QP.100)/QH$$

Onde QH é a quantidade de habitantes da cidade de Araruna e QP a quantidade de pessoas beneficiadas com o programa. Como já mencionado, nesta questão os alunos podem trabalhar com a regra de três e a porcentagem.

A partir dessa questão podem surgir outras discussões, como por exemplo: qual o número de pessoas que não são beneficiadas com o programa? Qual a porcentagem da população que não é beneficiada pelo programa?

Para responder essa última basta subtrair a quantidade de pessoas beneficiadas do valor total da população e em seguida calcular a porcentagem que corresponde a quantidade de pessoas não beneficiada. Pode-se apresentar os dados no quadro 1; com aproximação dos decimais:

Quadro1: Porcentagem da população beneficiada e não beneficiada com o programa Leite da Paraíba.

POPULAÇÃO	NÚMEROS DE PESSOAS	PORCENTAGENS
BENEFICIADAS	1191	6,00%
NÃO BENEFICIADAS	18818	94,00%
TOTAL	20009	100,00%

O respectivo percentual da população beneficiada e não beneficiada com o programa pode ser modelado para:

$$QH - QP = Z$$

Onde QH é a quantidade de habitantes, QP a quantidade de pessoas beneficiadas e z a quantidade de pessoas que não são beneficiadas com o programa. Para encontrar o percentual da população não beneficiada basta multiplicar a quantidade que não são beneficiadas por 100 e dividir o resultado pela quantidade total de habitantes da cidade.

$$X = (Z \cdot 100) / QH$$

Nesse momento o contexto permite desenvolver em conjunto o tratamento da informação fazendo uso de gráficos ou tabelas na forma de dados estatísticos.

Atividade 2. Considerando que o leite distribuído em Araruna seja de vaca.

- a) Qual o gasto mensal para o governo somente em Araruna ?
- b) E se a distribuição fosse de leite de cabra?

Para responder as questões é necessário saber quantos litros de leite cada pessoa recebe por semana, o valor em reais que o governo paga por litro do leite de cabra e de vaca. Quantos litros são distribuídos por dia.

De acordo com o levantamento de dados feito no posto de distribuição de leite na cidade de Araruna, são distribuídos 1191 litros de leite por dia, cada pessoa recebe 5 litros por semana e o governo paga R\$0,82 pelo litro de leite de vaca e R\$ 1,30 pelo litro de leite de cabra. Resta saber qual o gasto mensal se o leite for de gado ou de cabra.

O aluno deve calcular primeiro o gasto por semana. Para encontrar o resultado, basta multiplicar a quantidade de litros de leite que cada pessoa recebe por semana pelo número de litros distribuídos diariamente e multiplicar o resultado pelo valor pago por cada litro. Considerando que o leite seja de vaca:

Quadro 2- Gasto com leite de vaca por semana

QUANTIDADE DE LITROS DE LEITE DISTRIBUÍDOS POR SEMANA	GASTO POR SEMANA
$5 \times 1.191 = 5.995$	$5995 \times 0,82 = R\$4.915,90$

O aluno trabalha com três variáveis (x,y,z):

$$x=1191y \text{ e } z = x \cdot 0,82$$

Onde x é o número total de litros distribuídos por semana, y a quantidade de litros que cada pessoa recebe por semana e z o valor gasto por semana.

Resta saber qual o gasto total durante um mês se o leite distribuído for de vaca. Como já sabemos o gasto por semana, vamos agora encontrar qual o gasto total durante o mês, considerando um mês com quatro semanas. Basta calcular a quantia gasta por semana pela quantidade de semanas.

$$A = 4.915,90b$$

Onde A é o total de gastos por mês e b a quantidade de semanas.

Para saber o valor gasto por mês se o leite for de cabra, faz de forma semelhante, sabendo que o litro de leite de cabra custa R\$1,30, como já sabemos a quantidade de litros de leite distribuídos por semana, basta multiplicar a quantidade de litros de leite distribuídos por semana pelo valor de cada litro de leite.

Considerando que o leite seja de cabra:

Quadro 3 - Gasto com leite de cabra por semana

QUANTIDADE DE LITROS DE LEITE DISTRIBUÍDOS POR SEMANA	GASTO POR SEMANA
$5 \times 1.191 = 5.995$	$5.995 \times 1,30 = \text{R\$}7.793,50$

$$Z = X \cdot 1,30$$

Onde z é a quantidade de gasto por semana e x é a de litros distribuídos por semana.

Para calcular o valor total gasto por mês é só multiplicar a quantidade de semanas do mês pelo gasto por semana. Sabendo que $x = 5.995$ e considerando um mês com quatro semanas temos:

$$A = \text{R\$}7.793,50b$$

Onde a é o total de gastos por mês, b quantidade de semanas.

Nesta questão trabalha-se com a regra de três, grandezas diretamente proporcionais e multiplicações de números decimais. Podem ser feitas outras explorações como: Qual o percentual de aumento do gasto entre o leite de vaca e o leite de cabra. Qual o gasto por ano? Onde levaria os alunos a explorar outros conteúdos matemáticos.

Atividade 3. E se um terço da quantidade de leite distribuído por dia em Araruna fosse de cabra. Qual o gasto por semana?

De acordo com os dados apresentados no problema anterior, sabe-se que o preço do leite de vaca é R\$ 0,82, de cabra R\$ 1,30, o número de litros distribuídos por dia é 1.191 e por semana são distribuídos 5.995 litros. Resta saber quantos litros de leite correspondem a um terço da quantidade de leite distribuídos por dia, o número de litros de leite de cabra distribuídos por dia e o número de litros de leite de vaca distribuídos por dia.

Calculando novamente com três variáveis, x, y, z temos:

$$\frac{1}{3} \cdot x = y \text{ e } x - y = z$$

Onde x é a quantidade de leite distribuído por dia, y o número de litros de leite de cabra e z o número de litros de leite de vaca.

Substituindo os valores temos que $\frac{1}{3} \cdot 1191 = 1191/3 = 397$ e $1191 - 397 = 794$, encontrando esses valores basta multiplicar as quantidades de litros de leite pelos seus respectivos valores em reais.

Como no quadro:

Quadro 4 -Gasto por semana se um terço do leite distribuído for de cabra

QUANTIDADE DE LITROS DISTRIBUÍDOS POR SEMANA	GASTO POR SEMANA
VACA 3970	R\$3.255,40
CABRA 1985	R\$2.580,50
TOTAL 5955	R\$5.835,90

Pode-se relacionar as variáveis x, y e z

$$X = 794y \text{ e } z = x \cdot 0,82$$

Onde x é a quantidade de litros de leite de vaca distribuídos por semana, y a quantidade de litros de leite que cada pessoa recebe por semana e z o valor gasto por semana.

De cabra: $x = 397y$ e $z = x \cdot 1,30$

Onde x é a quantidade de litros de leite de cabra distribuídos por semana, y a quantidade de litros de leite de cabra que cada pessoa recebe por semana e Z o valor gasto em reais por semana.

Para saber a quantia em reais gasta por semana basta somar os valores $Z1 + Z2$. Onde $Z1$ a quantidade gasta com leite de vaca e $Z2$ a quantidade gasta com leite de cabra.

Essa questão gera outras discussões matemática, onde o professor pode trabalhar com as noções de função, soma e multiplicações de números decimais, grandezas diretamente proporcionais entre outras.

Atividade 4. O Programa Leite da Paraíba distribuía cerca de 20 mil litros de leite por dia em 2003, atualmente esse programa distribui cerca de 120 mil litros por dia. Qual o percentual de aumento na distribuição nestes últimos oito anos?

Para responder a essa questão basta subtrair a quantidade de litros de leite distribuídos em 2003 da quantidade de leite distribuídos atualmente, divide o resultado pela quantidade de leite distribuído em 2003 e depois multiplica por 100

$$(X2 - X1) / X1$$

Substituindo os valores: $(120000 - 20000) / 20000 = 100000 / 20000 = 5 \times 100 = 500\%$

Onde $x1$ é a quantidade de leite distribuído em 2003 e $X2$ a quantidade de litros de leite distribuídos atualmente. Os alunos também poderiam representar esse percentual em um gráfico, mostrando o crescimento da distribuição. Essa questão possibilita a exploração de conteúdos matemáticos como a subtração, a porcentagem, entre outros.

Quadro 5 – Quantidade de litros de leite distribuídos em 2003 e atualmente.

QUANTIDADE DISTRIBUÍDA EM 2003	QUANTIDADE DISTRIBUÍDA ATUALMENTE
20000	120000

Para saber quantas vezes aumentou a distribuição do leite nos últimos oito anos, basta dividir a quantidade de leite distribuídos atualmente pela quantidade distribuída em 2003.

A2/a1

Onde a_2 é a quantidade de leite distribuída atualmente e a_1 a quantidade distribuída em 2003. Os alunos também poderão resolver essa atividade através de uma equação do primeiro grau com uma variável, como no exemplo:

Solução:

$$20.000 x = 120.000$$

Solução:

$$20.000 x = 120.000$$

$$x = 120.000 / 20.000$$

$$x = 6$$

Nesta questão os alunos podem trabalhar com grandezas diretamente proporcionais e equações.

No primeiro ano (A) resolvemos as mesmas questões sem nos preocuparmos com o uso da Modelagem.

3.5 Avaliação da intervenção

Iniciamos a aplicação das atividades propostas no dia 27 de Outubro, quinta-feira, na turma (A) com as atividades aplicadas de forma expositiva sem utilizar a modelagem. Foram necessárias duas aulas com duração 45 minutos, cada para conclusão dos trabalhos.

Na primeira aula, me apresentei aos alunos e relatei que as aulas seriam de fundamental importância para o desenvolvimento do meu Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática. Mencionei o tema que iria abordar, perguntei o que os alunos conheciam sobre o Programa Leite da Paraíba. A maioria da turma falou que conhecia o programa, tem gente da família cadastradas, e recebem um litro de leite por dia. Sabiam que era um programa do governo estadual, mas não sabiam quando o programa foi criado. Discutimos sobre o programa, mostrei os dados obtidos, pedi para que eles lessem o conteúdo e falassem sobre o programa. E em seguida apliquei o exercício explicando as fórmulas de maneira expositiva.

Na segunda aula, também com duração 45 minutos, pedi para que a turma formasse grupos de dois alunos e apliquei as atividades. Devido ao número de alunos ser muito grande não sobrava espaço para circular, na sala, entre os grupos.

Durante a atividade uma parte da turma não interagiu, a outra parte respondeu a atividade, e quando tinha alguma dúvida me perguntava.

No dia 03 de novembro, iniciamos a intervenção no primeiro ano B com tempo de aula de 45 minutos. Compareceram 42 alunos, e após me apresentar, falei que iríamos abordar o tema sobre o Programa leite da Paraíba. Nesta aula discutimos sobre o programa, quando todos os alunos falaram o que sabiam sobre o programa, distribui os dados da pesquisa, pedi para que eles fizessem uma leitura. Em seguida falei que iríamos abordar esse tema através da Modelagem matemática. Os alunos não sabiam nada sobre essa metodologia de ensino. Um aluno perguntou: O que é Modelagem Matemática? Expliquei que modelagem matemática é uma metodologia de ensino que busca traduzir situações reais para uma linguagem matemática, como exemplo podemos escolher um tema fazer a problematização, formular modelos matemáticos e resolvê-los. Para me guiar na temática, segui as recomendações de acordo com Barbosa,(2003). O autor sugere os seguintes passos:

- 1- identificar o problema, ou seja, fazer a problematização do tema escolhido;
- 2- formular um modelo matemático;
- 3- calcular a solução através desse modelo;
- 4- interpretar a solução;
- 5- comparar com a realidade;
- 6- escrever o relatório e apresentar os resultados.

Iniciei a atividade explicando o significado de modelo matemático. Foi uma aula interativa, os alunos, todos em silêncio, ouviam as explicações sobre modelagem.

No dia 04 de novembro, disponibilizamos duas aulas com duração de 45 minutos cada. Compareceram 45 alunos, e dividimos a turma em grupos de três. Começamos a formular os modelos matemáticos e como a problematização já pronta, coube para os alunos a criação dos modelos e a função de resolver as situações problemas. Uma vez que os alunos ainda não tinham experiência com modelagem, eu os ajudei no início da primeira questão. Quando terminaram eu lancei novas perguntas: Qual a porcentagem da população que não é beneficiada com o programa?

As respostas estavam de acordo com o esperado. Explicaram que basta subtrair a quantidade de pessoas beneficiadas da quantidade de pessoas não beneficiadas, utilizaram o modelo $x - y = z$ e explicaram que x é a quantidade total de habitantes, y

a população beneficiada e z a quantidade de pessoas não beneficiadas. Substituindo ficou: $x - y = z$; $20.009 - 1191 = 18818$.

Quando encontraram o valor, calcularam a porcentagem referente a população que não era beneficiada. O questionamento sobre os percentuais da questão foi levantado por um dos alunos da sala, isso permitiu irmos além da aritmética básica. Pedi para que eles representassem os dados em um gráfico. Eles optaram por representar os dados num gráfico de setores. Perguntei se já sabiam como construir um gráfico de setores; as respostas foram convincentes.

E representaram os dados num gráfico de setores. explicaram os dados são representados em setores circulares nas respectivas proporcionais dos valores, daí então é só fazer corresponder a uma volta completa de 360° com o total 100%. Logo, representaram os setores multiplicando a quantidade de pessoas beneficiadas, na forma percentual, por 360 e dividir o resultado por 100.

$$(QP.360)/100$$

Onde QP, é a quantidade de pessoas beneficiadas(%) e C o setor que representa o valor da porcentagem de pessoas beneficiadas em graus. Basta multiplicar a quantidade de pessoas beneficiadas por 360 e dividir o resultado por 100.

$$100C = 360QP$$

$$C = (6)(360)/100$$

$$C = 21,6$$

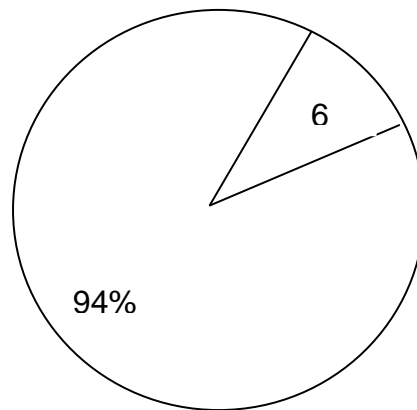
Para encontrar o outro setor, basta multiplicar a quantidade de pessoas não beneficiadas, por 360 e dividir o resultado por 100.

$$100C = (94).(360)$$

$$C = 3.3840/100$$

$$C = 338,4$$

Gráfico 1: Porcentagem da população beneficiada com o programa Leite da Paraíba.



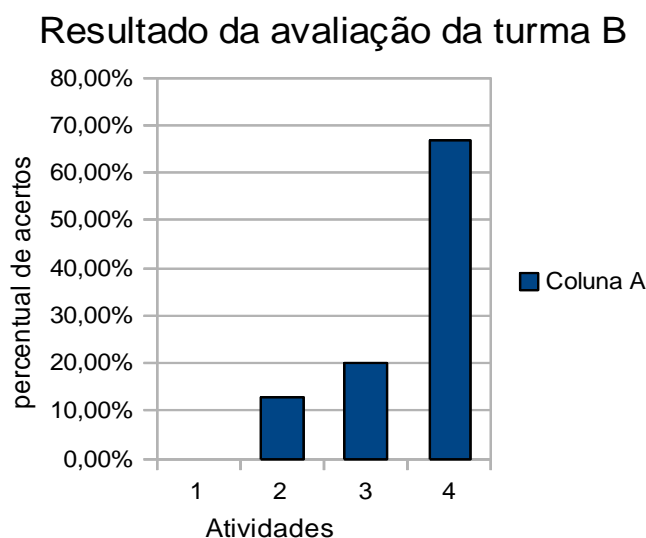
No decorrer da segunda aula, continuamos resolvendo as outras questões, os alunos estavam todos motivados, foi uma aula bastante interativa. Todos mostrando uma aprendizagem significativa em relação aos conteúdos.

RESULTADOS

Nas atividades com modelagem, os alunos sentiram-se motivados para resolver as situações problemas, apesar de alguns no início mostrarem-se resistentes, quanto a nova metodologia de ensino, mas, na medida em que íamos desenvolvendo as questões passo a passo e eles tendo a oportunidade de buscar suas próprias estratégias para a resolução da atividade, mostraram-se envolvidos nas resoluções de cada atividade proposta, interagindo entre os colegas do grupo.

Em comparação com o primeiro ano A, que a aula foi expositiva, a aprendizagem dos alunos da turma B, com a aplicação de modelagem, foi mais significativa. De acordo com o gráfico 2 podemos observar que dos 45 alunos que participaram da atividade 30 alunos acertaram todas as quatro questões propostas.

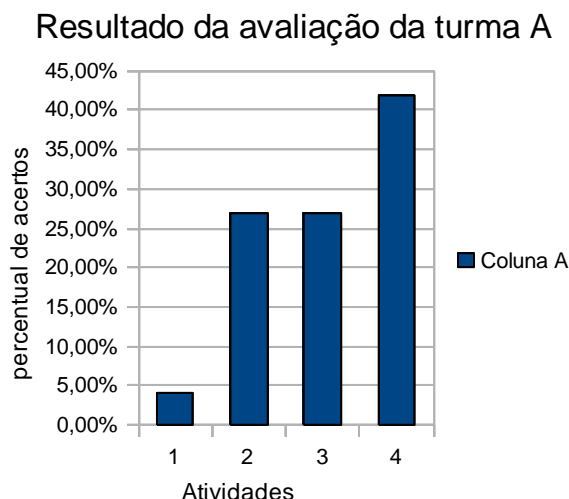
Gráfico 2: Resultado da avaliação da turma B.



Na turma A, a aplicação das atividades na forma de simples aula expositiva trouxe um resultado não muito satisfatório. Podemos observar a falta de interesse dos alunos pela matemática, apesar do tema estar relacionado com o cotidiano e as questões terem sido abordadas de forma expositiva; mesmo assim, dos 52 alunos que participaram da atividade, 22 conseguiram acertar todas elas. De acordo com o

gráfico podemos perceber que a maior parte dos alunos acertou entre uma e três atividades.

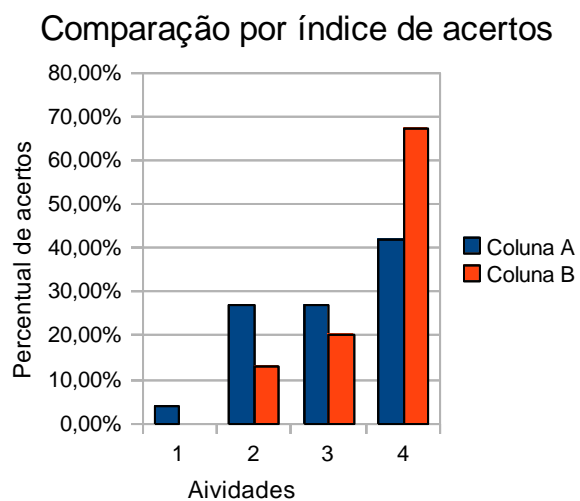
Gráfico 3: Resultado da Avaliação da Turma A



Comparado o desempenho da turma A com a turma B, a diferença em termos de acertos nas resolução das atividades propostas, foi satisfatório. Apenas 42% da turma A conseguiu acertar todas as quatro atividades, enquanto que, a turma B 67% conseguiu acertar os mesmos itens. Observamos ainda que na turma B, a quantidade de acertos supera a quantidade de erros. Podemos observar que em relação as questões 3 e 2 na turma B, apenas 20% e 13% acertaram essas questões, enquanto que na turma A esse percentual aumentou para 27%, e na turma B, nenhum aluno acertou somente uma atividade enquanto que na turma A 4% da turma só conseguiu acertar apenas uma atividade. Os dados levam a perceber a contribuição e as vantagens da modelagem matemática no ensino aprendizagem de matemática.

De acordo com gráfico 4, podemos observar, essas vantagens do ensino aprendizagem com Modelagem Matemática.

Gráfico 4: Comparação do índice de acertos das turmas A e B nas atividades.



A coluna A, representa os acertos da turma A e a coluna B, representa o percentual de acertos da turma B.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As experiências realizadas durante a intervenção, justificam que, algumas das diferenças na aprendizagem dos alunos podem estar relacionadas com a metodologia de uma aula simplesmente expositiva em relação a uma aula onde se faz uso da Modelagem Matemática. Para isso foi preciso escolher um tema relacionado com o cotidiano dos alunos. Decidimos abordar na sala de aula, uma das políticas públicas de distribuição do leite na cidade de Araruna, o Programa Leite da Paraíba.

Para o desenvolvimento desse trabalho, fizemos a problematização do tema a partir da aplicação de uma série de atividades, em duas turmas do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Benjamim Maranhão, para as quais denominamos de primeiro ano (A) e primeiro ano (B). No primeiro ano (A), aplicamos as atividades de forma expositiva e no primeiro ano (B), aplicamos as mesmas atividades utilizando como prática pedagógica a Modelagem Matemática. De modo que o trabalho foi realizado em sala de aula, num curto espaço de tempo, e lembrando ainda, que os alunos não tinham experiência nenhuma com a modelagem, optamos por abordar um tema simples, em que os alunos não precisaram coletar os dados fora da sala de aula, cabendo os alunos apenas a investigação e as sugestões de resoluções das situações problemas.

A abordagem desse tema através da modelagem permitiu relacionar a matemática com situações do cotidiano, o que possivelmente contribuiu para uma maior compreensão dos conceitos e dos conteúdos matemáticos estudados, nas quatro atividades propostas. A metodologia, com aplicação da modelagem, foi além do conteúdo escolar, pois observamos no alunos maior interação e motivação para expor os resultados da aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática na sala de aula.Perspectiva**, Erechim(RS),v.27,n.98, p.65-74,junho/2003.

BIEMBENGUT, Maria sallet. HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Ed, Contexto,2005.

_____. **Modelagem Matemática & implicações no Ensino-aprendizagem**. Blumenau:Ed. da FURB,1999.

_____, **30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira**. Revista de Educação em Ciências e Tecnologia v.2 n.p. 7-32 julho 2009.

BURAK, D. ; BARBIERI, Daniela Donisete . [Modelagem Matemática e suas implicações para a Aprendizagem Significativa](#). In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2005, Feira de Santana - BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana : UEFS, 2

BURAK, D. . [Modelagem Matemática: experiências vividas](#). In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática - CNMEM, 2005, Feira de Santana - BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana - BA : UEFS, 2005.

ISAIA, Silvia Maria de Aguiar. BISOGNIN, Eleni. BISOGNIN, Vaneide. **A Sala de Aula e a modelagem: Contribuições possíveis em diferentes níveis de ensino**. Horizontes,v.27.n1,p79-89,jan/jun.2009.

MANOEL, Ricardo. Os caminhos da Educação ea Modelagem Matemática disponível em, www.ibirapuera.br/documentos/jm/Artigo_Modelagem acesso em 20/08/2011.

Programa Leite da Paraíba, **primeiro encontro de produtores de leite do Curimataú**. Disponível em <<http://www.fac.pb.gov.br/noticia20110629.html>>. Acesso em 02/10/2011

Programa Leite da Paraíba. **Secretaria do desenvolvimento Humano**. Disponível em:< <http://www.setras.pb.gov.br/leitedaparaiba.shtl>>. Acesso em 02/10/2011.

SILVEIRA, Jean Carlos. RIBAS, João Luiz Domingues. **Discussões sobre Modelagem Matemática no Ensino-aprendizagem**. UEL,Paraná 16 de outubode 2004. Disponível em <<http://www.somatemática.com.br/artigos /a8/p>>.Acesso em 21/08/2001

APÊNDICE A:

Questões trabalhadas com ênfase no Programa Leite da Paraíba

- 1)O que é o programa?
- 2) Quando foi criado?
- 3)Quantos litros de leite são distribuídos por dia, no município de Araruna?
- 4)Qual o preço por litro de leite de vaca? E de cabra?
- 5)Esse programa atinge só crianças?
- 6)O que que o governo quer em retorno com esse programa?

APÊNDICE B

Atividades propostas com situações problemas, aplicadas nas duas turmas do primeiro ano do Ensino Médio.

- 1) Qual a porcentagem da população de Araruna que é beneficiada com o Programa Leite da Paraíba?
- 2) Considerando que o leite distribuído em Araruna seja de vaca. Qual o gasto mensal para o governo somente em Araruna? E se fosse de cabra?
- 3) E se um terço da quantidade de leite distribuído por dia em Araruna fosse de cabra. Qual o gasto por semana?
- 4) O Programa Leite da Paraíba distribuía cerca de 20 mil litros de leite por dia em 2003, atualmente esse programa distribui cerca de 120 mil litros por dia. Qual o percentual de aumento da distribuição?